ЛИТЕРАТУРА

1. Лобода А. В., Ходарев А. С. *Об одном семействе аффинно-однородных вещественных гиперповерхностей 3-мерного комплексного пространства* // Изв. вузов. Матем. – 2003. – № 10. – С. 38–50.

2. Лобода А. В. *Действие аффинной подгруппы в комплексной касательной плоскости к однородной поверхности* // Воронежск. зимн. матем. школа. Тез. докл. – Воронеж, 2009. – С. 106–107.

А. Г. Лосев, Е. А. Мазепа

Волгоград, alexander.losev@volsu.ru, lmazepa@rambler.ru

О КАЧЕСТВЕННЫХ СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НА НЕКОМПАКТНЫХ РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

Данная работа посвящена проблеме разрешимости некоторых краевых задач (аналогов задачи Дирихле) для эллиптических дифференциальных уравнений вида

$$\Delta u = f(x, u), \tag{1}$$

где $f(x,0) \equiv 0$, $f(x,u_1) \geqslant f(x,u_2)$ при $u_1 > u_2$ на некомпактном римановом многообразии без края.

Пусть M — произвольное гладкое связное некомпактное риманово многообразие без края, $\{B_k\}_{k=1}^{\infty}$ — гладкое исчерпание многообразия M.

Пусть $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — непрерывные ограниченные на M функции. Будем говорить, что функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ *эквивалентны на* M и обозначать $f_1(x) \sim f_2(x)$, если для некоторого исчерпания $\{B_k\}_{k=1}^{\infty}$ многообразия M выполнено

$$\lim_{k\to\infty} ||f_1(x) - f_2(x)||_{C^0(M\setminus B_k)} = 0,$$

где $||f(x)||_{C^0(G)} = \sup_G |f(x)|$. Обозначим класс эквивалентных f функций через $[f]$.

Будем говорить, что на M *разрешима краевая задача для уравнения* (1) *с граничными условиями из класса* $[f]$, если на M существует решение $u(x)$ уравнения (1) такое, что $u \in [f]$.

Пусть $B \subset M$ — произвольное связное компактное подмножество с гладкой границей, $B \subset B_k$ для всех k и $\Phi(x)$ — произвольная непрерывная на ∂B функция.

Будем говорить, что для непрерывной на ∂B функции $\Phi(x)$ на $M\setminus B$ *разрешима внешняя краевая задача для уравнения* (1) *с граничными условиями из класса* $[f]$, если на $M\setminus B$ существует решение $u(x)$ уравнения (1) такое, что $u \in [f]$ и $u|_{\partial B} = \Phi$.

Сформулируем основные результаты.

Пусть G_1, G_2 — некоторые предкомпактные области многообразия M, такие, что $B \subset G_1$ и $\overline{G_1} \subset G_2$. Обозначим

$$M_i(v) = \sup_{\partial G_i} v,\ m_i(v) = \inf_{\partial G_i} v,\ a^+ = \max\{0, a\},\ a^- = \min\{0, a\}.$$

Теорема 1. *На M существует ненулевое ограниченное решение $u(x)$ уравнения* (1) *тогда и только тогда, когда на $M\setminus B$ существует ненулевое ограниченное решение $v(x)$ этого уравнения, удовлетворяющее условиям*

$$M_1(v) < M_2(v^+), \quad m_1(v) > m_2(v^-).$$

Теорема 2. *Пусть на $M\setminus B$ для уравнения* (1) *для любой постоянной на ∂B функции $\Phi(x)$ разрешима внешняя краевая задача с граничными условиями из класса $[f]$. Тогда на M для уравнения* (1) *разрешима краевая задача с граничными условиями из того же класса.*